



TITLE:

## 第3回講義: $\pi$ 中間子凝縮(その1)(講義ノート)

AUTHOR(S):

Baym, Gordon; 上羽, 牧夫; 高木, 春男; 白田, 理一郎;  
山内, 淳; 田中, 一尚; 松井, 哲男

---

CITATION:

Baym, Gordon ...[et al]. 第3回講義:  $\pi$ 中間子凝縮(その1)(講義ノート). 物性研究 1980, 33(6): 265-280

ISSUE DATE:

1980-03-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89979>

RIGHT:

## 講義ノート

## 第3回講義 1979年10月22日

“ $\pi$  中間子凝縮 (その1)”

イリノイ大学 Gordon Baym

きょうは $\pi$ 凝縮の一般的問題について少し詳しく話す。 $\pi$ 凝縮は中性子星の物理だけでなく、重イオン衝突の際にも重要な問題だし、通常の原子核にも関係があるかも知れない。中性子星のつくられる超新星爆発の機構にも重要である。

中性子星と $\pi$ 凝縮

中性子星それ自身をとってみても $\pi$ 凝縮はいくつかのことに関係している。第1に、冷却の際の効果があげられる。パイオンまたはパイオンの励起がついには電子とニュートリノとに崩壊して、ニュートリノが逃げることにより中性子星の冷却が促進される。第2に、星の構造へも重要な効果を及ぼす。状態方程式がソフトになり中性子星はより小さくなるのである。

超新星爆発のときには、状態方程式がソフトになることは非常に重要である。中性子星の半径が $R$ のところでのポテンシャルを図式的に描いてみよう(図1)。崩壊前の大きな半径の星は1にあるが、支えている圧力を取り去るとボールがころげ落ちるように半径が縮まり振動しながらエネルギーを散逸して平衡状態2に落ち着く。超新星爆発と通常のポテンシャル問題との相違は前者の場合一般相対論が重要な役割を演ずるという点にある。一般相対論的な効果により $R$ の小さいところでポテンシャルは無限大にならず有限の高さにとどまり、これを越えればブラックホールに崩壊してしまう。 $\pi$ 凝縮による状態方程式のソフト化が中性

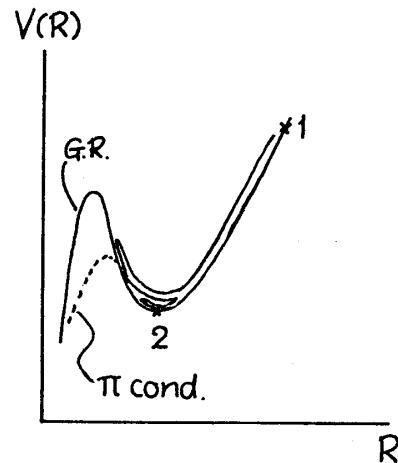


図1. 星のポテンシャルー半径

子星の初期の段階に及ぼす効果というのは、このポテンシャルの高さをおし下げ星をより崩壊しやすくすることである。従って、もし超新星の初期過程で $\pi$ 凝縮の効果が強すぎると中性子星は全然形成されないかも知れない。だから、超新星の初期における状態方程式のソフト化の役割を知ることが非常に重要である。

そこで、問題はパイオン又はパイオンのようなものの高密度物質中での自発的生成がほんとうにあるのかどうかである。中性子の Fermi エネルギーが充分高くなれば

$$n \rightarrow p + \pi^-$$

がおさえることが予想される。また、パイオンの励起のエネルギーが充分低くなれば、エネルギーゼロの $\pi^0$ が発生し $\pi^0$ 凝縮がおこるだろう。

### パイオンの励起と $\pi$ Ns 波相互作用の圧力的効果

パイオンの励起をつくる物理を考えてみよう。中性子星のなかでは陽子、中性子、電子がベータ平衡にあり、中性子の Fermi エネルギー $\mu_n$ は陽子の Fermi エネルギー $\mu_p$ と電子の Fermi エネルギー $\mu_e$ の和に等しい。また電気的中性の条件から、陽子の密度と電子の密度は互いに等しくなっている。第0近似でパイオンと核子との相互作用を無視すれば

$$\mu_n - \mu_p \geq m_\pi c^2 = 140 \text{ MeV}$$

でパイオンがあらわれる。核物質密度( $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ )では $\mu_n - \mu_p = 110 \text{ MeV}$ である。パイオンと媒質との相互作用は2種類ある。パイオンと核子の相互作用は、散乱実験から知られているようにs波では斥力である。これはパイオンの媒質中でのエネルギーを上昇させる。このエネルギーシフトは、擬ポテンシャルをつかって簡単に評価できる。パイオンと核子のs波相互作用の擬ポテンシャルは散乱長 $a$ を用いて

$$V(r) = -\frac{2\pi\hbar^2}{m_\pi} a \delta(r)$$

の形をしている。アイソスピンは $\pi^-$ では $T_z = -1$ , 中性子では $T_z = -\frac{1}{2}$ であるから全体で $T_z = -\frac{3}{2}$ 。 $\pi$ 中間子と核子では一般に $T = \frac{3}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ の2つが可能だが、 $\pi^-$ と中性子の散乱では $T_z = -\frac{3}{2}$ なので $T = \frac{3}{2}$ のみとなる。 $\pi^-$ と陽子の場合は、陽子は $T_z = \frac{1}{2}$ 。

だから全体で  $T_z = -\frac{1}{2}$  となり,  $T = \frac{3}{2}$  と  $T = \frac{1}{2}$  の両方が可能である。簡単な Clebsh-

Gordan 係数の計算から

$$|\pi^- n\rangle = |T = \frac{3}{2}\rangle, |\pi^- p\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}}|T = \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|T = \frac{3}{2}\rangle$$

を得る。これを使ってエネルギーシフトは次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta E_\pi^s &= -\frac{2\pi\hbar^2}{m_\pi} \left[ a_3 \rho_n + \left( \frac{1}{3} a_3 + a_1 \right) \rho_p \right] \\ &\approx 217 (\rho_n - \rho_p) \text{ MeV} \end{aligned}$$

最後の簡単な形は,  $T = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$  の散乱長  $a_3, a_1$  の間におこる  $2a_3 + a_1 \approx 0$  という

不思議な打ち消しあいによるのだが, これは偶然ではなく背後にあるカイラル対称性のせいである。このことは後にまた詳しく話すことになる。数字は  $a_1 - a_3 \approx 0.370 \text{ fm} = 0.262 \text{ m}_\pi^{-1}$  を使い, 核子密度は  $\text{fm}^3$  あたりの個数である。核物質密度では,  $\rho_n = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ ,  $\rho_p = 0$  であるから  $\Delta E_\pi^s \approx 40 \text{ MeV}$

程度になる。これはパイオンの自己エネルギーのダイアグラムでの寄与が  $40 \text{ MeV}$  ということである。従って  $\mu_n - \mu_p \geq 140 + 40 = 180 \text{ MeV}$  とならなければならない。もちろん密度が高くなれば  $\mu_n - \mu_p$  も上昇するが不幸なことにパイオンのエネルギーの方がはやく上昇する(図2)。これが1972~73年頃までみんなの考えていたことで, 中性子星のなかでもs波相互作用のためにパイオンは現われないだろうとみられていた。

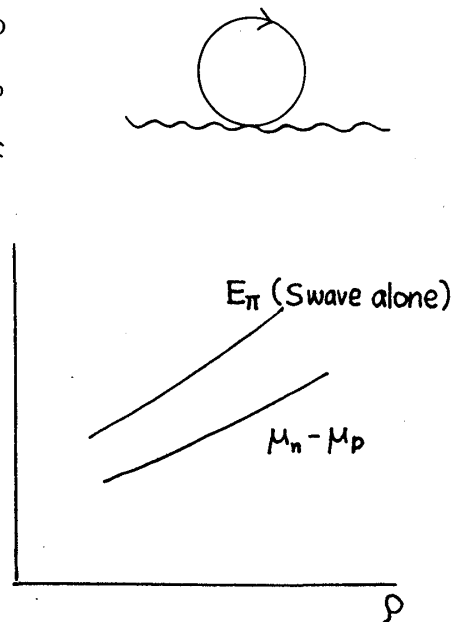


図2. s波相互作用を入れたパイオンのエネルギー

**p 波相互作用の引力的効果**

ところが, Sawyer — Scalapino と Migdal. ( 父親の方 ) はそれぞれ独立に, 引力である p 波相互作用がパイオンの媒質中でのエネルギーを下げることを指摘した。アイソスピ

ン  $\frac{3}{2}$ , 軌道角運動量 1, 全角運動量  $\frac{3}{2}$  で

パイオン—核子の共鳴状態のあることはずっと以前から知られている。これは実験的には  $\pi^+p$  散乱で  $E_\pi = 190\text{MeV}$  のところに山ができることでわかる。

( 図 3 )。これが先にとりあげた  $\Delta$  粒子でありこれは核子の励起状態のようなものである。

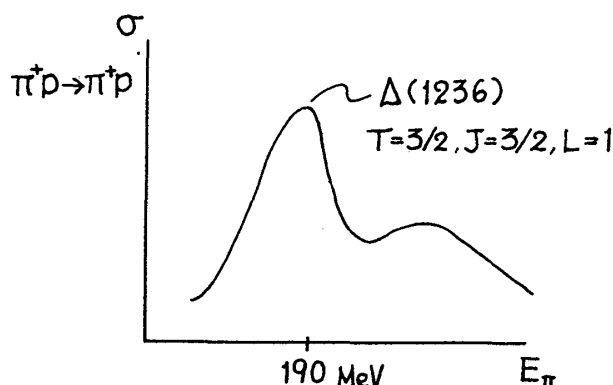


図 3.  $\pi^+p$  散乱断面積

s 波相互作用は簡単な接触型相互作用と考えることができるが, p 波相互作用の構造はそれとはいくらか異なる。p 波相互作用

$$\mathcal{L}_{\text{p-wave}} = \sqrt{2} \frac{f}{m_\pi} (\psi_n^+ \sigma \cdot \nabla \pi \psi_p + \psi_p^+ \sigma \cdot \nabla \pi^+ \psi_n)$$

を通して, 陽子は  $\pi^-$  を吸収して中性子に変化し, また逆に中性子は  $\pi^-$  を放出して陽子となる ( 図 4(a) )。このように, p 波相互作用はパイオンの数を変化させる。これは, 非相対論的量子電磁気学の場合に似ている。非相対論的量子電磁気学では, 電磁場と物質の相互作用は

$$\frac{1}{2m} \left( \mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 \rightarrow -\frac{e}{mc} \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2$$

で記述され,  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$  の項は物質による光子の吸収と放出をもたらす,  $\mathbf{A}^2$  の項は物質による光子の散乱をもたらす。パイオンの場合には最初の項が p 波相互作用に対応し, 後の項が s 波相互作用に相当している。 $\mathbf{A}^2$  の項は物質の密度と結合し,  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$  の項はベクトル・カレントとの結合を与える。

さて, このような散乱過程によってパイオンの媒質中でのエネルギーは次の様に変化

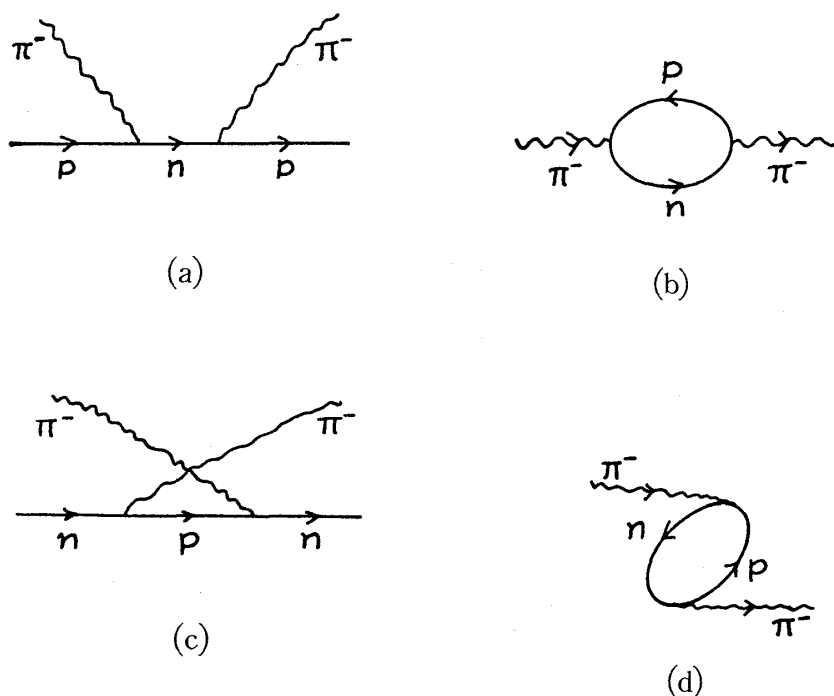


図 4. p 波  $\pi N$  散乱とパイオンの自己エネルギー

する。すなわち、図 4 で(a) の散乱過程による  $\pi$  の自己エネルギーへの寄与が(b)となり、また(c) の散乱過程に対して自己エネルギー(d) があらわれる。この他にも中間状態として  $\Delta$  を伴う過程も存在する ( 図 5 )。低エネルギーのパイオン-核子散乱においては、

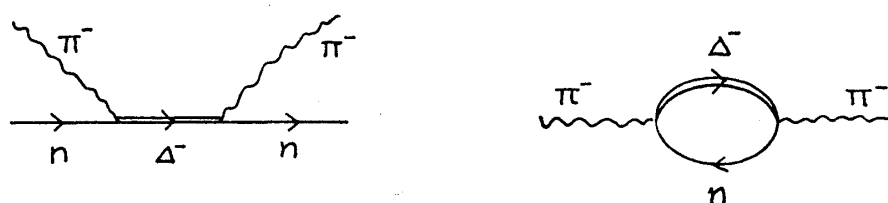


図 5.  $\Delta$  の関与するダイアグラム

p 波散乱に対して中間状態が核子になる場合と  $\Delta$  になる場合を Born 近似で計算すればよい結果を得ることができる。 $\Delta$  には、 $\Delta^{++}$  ( $T=3/2$ ),  $\Delta^+$  ( $1/2$ ),  $\Delta^0$  ( $-1/2$ ),  $\Delta^-$  ( $-3/2$ ) があることに注意しておこう。

この様なダイアグラムを考慮した詳細な計算の結果、 $\rho \sim 2\rho_{nm}$  ( $\rho_{nm}$  は核物質密度) でパイオンのスペクトルで  $\pi_s^+$  と  $\pi^-$  の曲線がくっつき ( 図 6 ), パイオンを作った方が

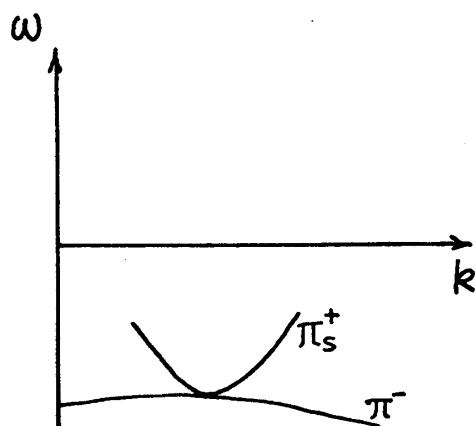


図 6.  $\pi$  凝縮のしきい値での  
パイオンの励起のスペ  
クトル (図 9 参照)

得となる。実際にパイオンまたはパイオンの励起がつくられる方法はもう少し複雑である。中性子が陽子と  $\pi^-$  になる過程

$$n \rightarrow p + \pi^-$$

は、粒子、空孔の言葉で言い直すと、中性子空孔と陽子と  $\pi^-$  ができることに対応している。

$$\rightarrow \bar{n} + p + \pi^-$$

$\bar{n} + p$  の粒子・空孔状態は集団運動モードになっていて Migdal は  $\pi_s^+$  と呼んだ。つまり実際におこるのは、 $\pi_s^+$  と  $\pi^-$  の対の自発的な発生なのである。

### パイオンの Green 関数

$\pi$  凝縮のしきい値を求めるためにパイオンの Green 関数を調べてみよう。パイオンの Green 関数は

$$D(x, x') = -i \langle (\pi(x) \pi^\dagger(x'))_+ \rangle ; \text{“}\pi^- \text{” Green 関数}$$

と書ける。ここで  $\pi$  中間子場  $\pi$  は負電荷を消滅させるか正電荷を生成する。 $\pi$  と正準共役な  $\pi^\dagger$  は正電荷を消滅させるか負電荷を生成する。中間状態に完全系を入れれば、Green 関数の Fourier 変換は次の様な簡単な形になる。

$$D(k, \omega) = \sum_n \frac{|\langle n_1 - |\pi^\dagger| 0 \rangle|^2}{\omega - \omega_n} - \sum_m \frac{|\langle m_1 + |\pi| 0 \rangle|^2}{\omega + \omega_m}$$

$t$  が  $t'$  よりも大きければ,  $\pi^+$  が真空に作用して負電荷をつくる。このときの Green 関数の極の位置は,  $\pi^-$  状態のエネルギーを真空状態のそれから測ったもの  $\omega_n = E_n - E_0$  である。これとは逆の時間順序の場合 ( $t' > t$ ) には,  $\pi$  が真空に作用して  $\pi^+$  状態をつくるがこのときは, 項全体の符号が変わり, 分母には  $+\omega_m$  の形で入ってくる。従ってこの Green 関数から  $\pi^-$  と  $\pi^+$  の量子数をもつ状態をよみとることができる。両者の違いは,  $\pi^-$  状態では  $\omega = \omega_n$  で留数が正となるが,  $\pi^+$  状態では  $\omega = -\omega_m$  で負の留数をもつ点にある。

自由粒子の場合は, Green 関数は

$$D_0(k, \omega) = \frac{1}{\omega^2 - \omega_k^2}$$

$$\omega_k^2 = \mathbf{k}^2 + m_\pi^2$$

となる。 $\omega_k$  はエネルギーで,  $k$  はその運動量,  $m_\pi$  は静止質量である。 $D_0$  は2つの極をもつ。

$$D_0(k, \omega) = \frac{1}{2\omega_k} \left( \frac{1}{\omega - \omega_k} - \frac{1}{\omega + \omega_k} \right)$$

第1項は, 留数が正であり, 従って  $\omega = \omega_k$  は  $\pi^-$  状態のエネルギーである。これは自由な  $\pi^-$  粒子である。第2項は, 負の留数を持ち  $-\omega = \omega_k$  は自由な  $\pi^+$  のエネルギーとなる。

さて簡単な例として, 中性子のみからなる系で  $\pi$  中間子と核子との間に p 波相互作用のみが働く場合を考えてみよう。p 波相互作用ではパイオンの波数ベクトル  $\vec{k}$  が核子のスピンの行列要素と結合する。従って, パイオンの自己エネルギーの計算では, 各結節部分に  $\vec{k}$  がかかってくる。純粹に中性子のみの場合には陽子が存在しないために交差ダイアグラム (図 4(d)) だけが残る。その結果

$$D^{-1} = \omega^2 - \mathbf{k}^2 - m_\pi^2 + \frac{2f^2 \mathbf{k}^2}{m_\pi^2} \sum_{p < p_{F, \text{neut.}}} \frac{1}{\omega + \varepsilon_{\text{prot}}(\mathbf{p} - \mathbf{k}) - \varepsilon_{\text{neut}}(\mathbf{p})}$$



Gordon Baym

が得られる。

ここで  $D^{-1}$  を  $\omega$  の関数として図示してみよう。

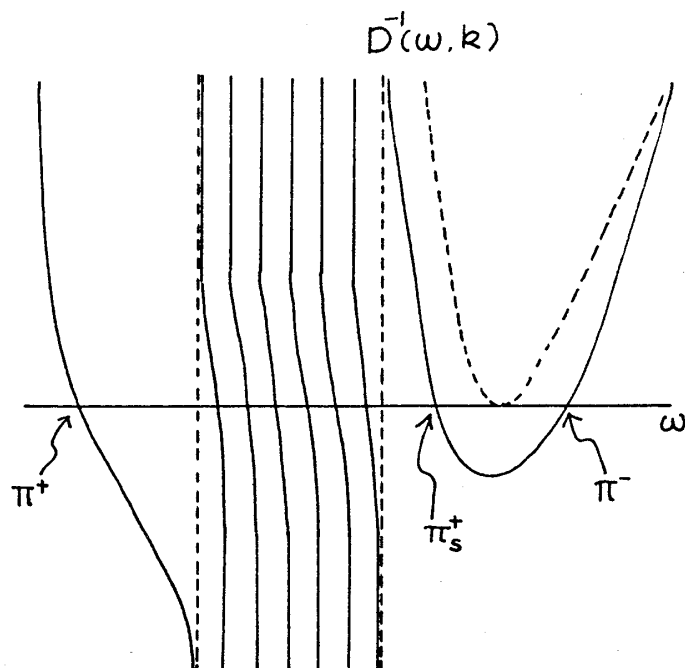


図 7.

まず自己エネルギー項を無視すると簡単な零点が2つあらわれる。正の傾きのものは  $\pi^-$  に、負の傾きの方は  $\pi^+$  の状態に対応している。自己エネルギー項を入れると中性子空孔，陽子状態に対応して

$$\omega = \varepsilon_{\text{neut.}}(\mathbf{p}) - \varepsilon_{\text{prot.}}(\mathbf{p} - \mathbf{k}) ; p < p_{\text{F, neut.}}$$

に一連の極ができ，これは  $\mathbf{p}$  が連続となる極限では切断となる。これらの一連の極は，相互作用の結果わずかにだけずれるが，一番端にあった極が連続領域からとび出し集団運動モードとなる。この極のところで曲線は負の傾きをもち，留数は負となる。従ってこの極は  $\pi^+$  の量子数をもっている。これが， $\pi_s^+$  集団運動モードである。これは，中性子のアイソスピンベクトルがアイソスピン空間で振動することに対応している（図 8）。アイソスピンベクトルの方向が中性子の方向からふれるとこのベクトルの一部は陽子となる。

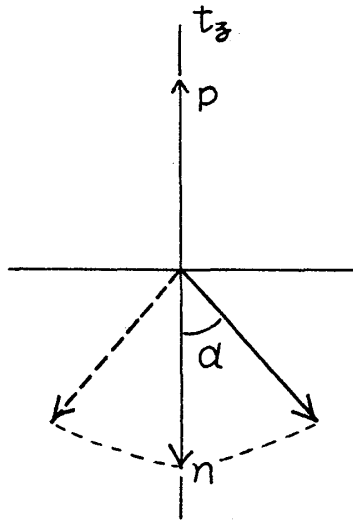


図 8. アイソスピン空間での核子のアイソスピノクトルの振動

### $\pi$ 凝縮のしきい値

こうして、Green 関数によって記述される 4 つの状態 — 自由な  $\pi^+$  と  $\pi^-$ （これらは媒質の効果でわずかに変化している）、中性子空孔・陽子の連続スペクトル、そして新しい集団運動モードがあることがわかった。最後の集団運動モードが通常原子核の中に存在するという証拠は今のところまだみつかっていない。さて、次に凝縮がどのようにして起こるのかを示すために、横軸に波数ベクトル  $k$  を縦軸に振動数  $\omega$  をとってみよう（図 9）。この図では、 $\omega$  軸の向きが図 7 の場合と逆になっている。一番上にあらわれるのが自由に近い  $\pi^+$  の分枝で、その下の斜線部分が中性子空孔・陽子状態の連続領域、その下に  $\pi_s^+$  集団運動の分枝があらわれ、一番下にあるのが自由に近い  $\pi^-$  の分枝でそのエネルギーの符号は逆になっている。 $\pi_s^+$  の分枝は全ての  $k$  の値に

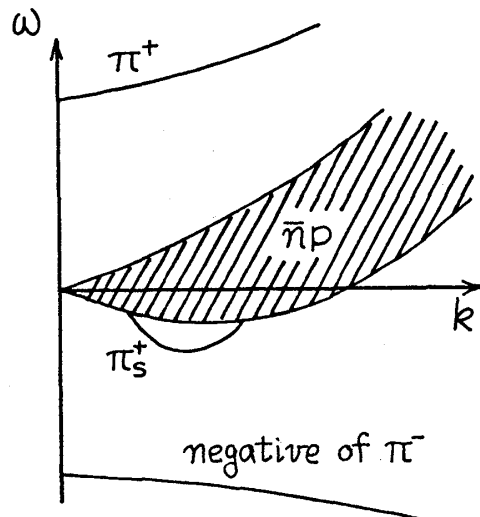


図 9. 中性子物質でのパイオンの励起のスペクトル

Gordon Baym

対して存在するわけではない。図7をみるとすべての $k$ の値に対してこのような集団運動モードが存在するようになるが、連続の極限で( $p$ について)積分を実行すると、このような極のあらわれる $k$ の領域は図のように限られてくる。

それでは、凝縮はどのようにしておこるのだろうか。それは、核子密度が高くなると、 $\pi_s^+$ の分枝がだんだん下がってきて、 $\pi^-$ の分枝にくっつくためである(図6)。このとき、

$$\epsilon_{\pi_s^+} = -\epsilon_{\pi^-}$$

すなわち、

$$\epsilon_{\pi_s^+} + \epsilon_{\pi^-} = 0$$

となる。従って、自発的に $\pi^-$ を $\pi_s^+$ と一緒につくることができるようになる。これが実際に起る不安定化である。

これをソフトモード不安定性の観点から調べてみる。再びアイソスピン空間で考えてみよう。核子のアイソスピンベクトルが振動すると、荷電中性となるように $\pi^-$ の波が出来る。いま、調和振動子ポテンシャルを考えこの中での単振動として扱ってみよう(図10)。不安定点に近づくと、ポテンシャルは平らになり、振動数 $\omega^2$ は0となる。密度がもう少し高くなると、もとのポテンシャルの極小は極大となる。こうして、アイソスピンベクトルは新しい極小の角 $\alpha_1$ を向くようになる。この方向は回転的に縮退している。このとき核子は中性子と陽子の線型結合状態となる。

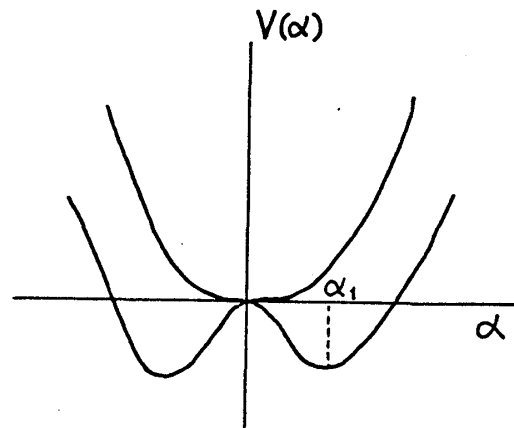


図10. ソフトモード不安定化  
( $\alpha$ は図8を参照)

$$|f\rangle = \alpha |n\rangle + \beta |p\rangle$$

しきい値の計算結果を示そう。いくつかの型の凝縮が起りうる。まず、 $n \rightarrow p + \pi^-$ というのは実際にはおこらず、そのかわり

$$\rightarrow \pi_s^+ + \pi^-$$

という凝縮がおこる。Green 関数の話にもどすと、これは、図 7 で  $\pi_s^+$  と  $\pi^-$  の極がくつつき 2 重極ができることに対応している。これまでは中性子のみが存在する場合を考えてきたがもし最初に陽子が存在していると

$$p \rightarrow n + \pi_s^+$$

という凝縮がより低い密度で可能である。そこで、ベータ平衡状態では、先にこのタイプの凝縮がおこる。ここで、純粋な中性子物質での  $\pi^-$  凝縮のしきい値の計算結果を与えておこう ( 表 1 )。計算は Bäckman-Weise と Bertch-Johnson によって少し違った仮

	$\rho_c (\text{fm}^{-3})$	$\mu_\pi (\text{MeV})$	$k (\text{fm}^{-1})$
Bäckman-Weise	0.34	147	2.05
Bertch-Johnson	0.225	119	1.50

表 1. 中性子物質での  $\pi^-$  凝縮についての計算結果

定と方法の下でおこなわれた。ここで  $\rho_c$  は臨界密度である。 $\mu_\pi$  は臨界点での  $\pi$  中間子の化学ポテンシャルであるが、これは  $\pi$  中間子の静止質量  $m_\pi c^2 = 140 \text{ MeV}$  にほぼ等しい。凝縮体の波数は  $\sim 2 \text{ fm}^{-1}$  程度である。この波数が有限の値となるのは p 波相互作用の引力を効かせるためである。 $k = 0$  だと、p 波相互作用は効かず s 波相互作用の ( 斥力的効果 ) だけが残ってしまう。

### アイソスピン対称な核物質での $\pi$ 凝縮

さて、ここでアイソスピン対称な核物質 ( $Z = N$ ) の場合どうなるか議論しておこう。対称的核物質でも同様の描像が得られるが少し複雑になる。 $\omega - k$  図ではパイオンの分枝が常にあるが、対称的核物質では  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$  は全て同じエネルギーを持つ ( 図 11 ) 斜線部は粒子、空孔の連続スペクトルである。そして、集団運動モードも形成される。これは連続スペクトルの外側にも存在するが、連続スペクトルの内部にも入りこみ、そ

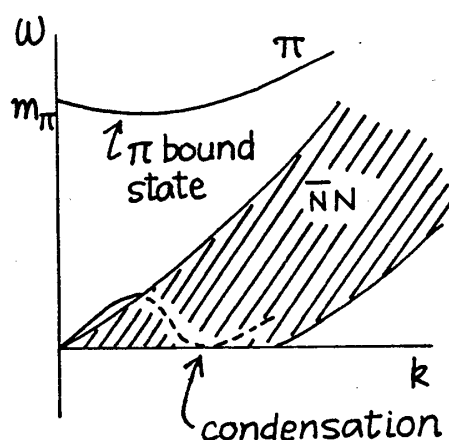


図 11. アイソスピン対称な核物質での  
パイオンの励起のスペクトル

ここでは強く減衰する。これは、Fermi 流体理論のゼロ音波でLandauパラメータが負となる場合と同じ状況である。しかし、凝縮のしきい値ではこの集団運動モードの振動数が0となるが、このとき減衰も0となる。これが $\pi^0$ 凝縮がおこる機構であり、一般に対称的な核物質の場合は $\pi$ 凝縮はこのような形でおこる。

もう1つ興味のもたれている問題は、原子核の中でパイオンの束縛状態があるかどうかである。もしパイオン分枝が最初のところで上にあがらなければ束縛状態ができるだろう。今までのところ、通常の原子核ではそのような束縛状態は見つかっていない。しかし、一様な核物質での計算によればそのような状態もあり得るのである。

### 凝縮状態の性質

さて、凝縮状態がどのようなものなのか話すことにしよう。凝縮相では、核子は中性子と陽子の線型結合となっている。パイオンの場の方程式は

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 - m_\pi^2\right)\pi(\mathbf{r}, t) = J(\mathbf{r}, t) \sim \nabla \cdot \psi_p^\dagger \boldsymbol{\sigma} \psi_n$$

パイオン場の源は、p波相互作用からくる右端の項の行列要素であり、陽子状態と中性子状態によってはさまれたスピンの発散である。核子は中性子と陽子の重ね合わせになっているため、この演算子は基底状態で0でない行列要素をもっている。通常の状態では、自由な中性子と自由な陽子を考えると、この行列要素は0である。この行列要素が0でなくなれば、パイオン場それ自身も基底状態で0でなくなる。そこで

$$\langle \pi(\mathbf{r}, t) \rangle \neq 0$$

となり、巨視的なパイオン場が形成される。

ここで、核子が中性子と陽子の重ね合わせでできていたことをふり返ってみよう。系ははじめ中性子のみから成っていてこれは荷電なしであった。これらは部分的に陽子となったわけだが、陽子は正の電荷をもっている。荷電はどのようにして保存されるのだろうか。それは、ここに述べた結合を通して、パイオンの波を形成することによって保存される。パイオンの波は負の電荷をもっており、これが正に帯電した核子の電荷をちょうど打ち消すのである。

長距離秩序の描像でいうと、空間的に異なる2点での  $J$  と  $J^\dagger$  の積の期待値が、2点を遠方に遠ざけたとき正常状態のように0にならず有限となる。

$$\begin{aligned} \langle J(1) J^\dagger(2) \rangle &\sim \langle \psi_p^\dagger(1) \psi_n(1) \psi_n^\dagger(2) \psi_p(2) \rangle \\ &\xrightarrow{|r_1 - r_2| \rightarrow \infty} \langle \psi_p^\dagger(1) \psi_n(1) \rangle \langle \psi_n^\dagger(2) \psi_p(2) \rangle \neq 0 \end{aligned}$$

すなわち、凝縮状態は

$$\begin{aligned} \langle \pi(\mathbf{r}, t) \rangle &\neq 0 \\ \langle \psi_p^\dagger \sigma \psi_n \rangle &\neq 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \langle \pi(\mathbf{r}, t) \rangle &\neq 0 \\ \langle \psi_p^\dagger \sigma \psi_n \rangle &\neq 0 \end{aligned}} \right\} \pi^- \text{凝縮体}$$

で特徴づけられる。これが  $\pi$  中間子凝縮体である。これは  ${}^4\text{He}$  の超流動状態の記述によく似ている。 ${}^4\text{He}$  の超流動状態の場合には、 $\pi(\mathbf{r}, t)$  のかわりに  ${}^4\text{He}$  の消滅演算子  $\psi(\mathbf{r}, t)$  の0でない行列要素が存在した。

$$\langle \psi(\mathbf{r}, t) \rangle \neq 0 \quad ; \text{超流動 } {}^4\text{He}$$

BCS 超伝導体の場合には、上向きスピンの粒子と下向きスピンの粒子の対ができた。

$$\langle \psi_\uparrow(\mathbf{r}, t) \psi_\downarrow(\mathbf{r}, t) \rangle \neq 0 \quad ; \text{BCS 超伝導}$$

これを長距離秩序の言葉で言いかえると

$$\langle \psi_\uparrow^\dagger(1') \psi_\downarrow^\dagger(1') \psi_\downarrow(1) \psi_\uparrow(1) \rangle \xrightarrow{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty} 0$$

このように、 $\pi$  凝縮の場合にも超伝導と同じように長距離秩序ができるのである。違っ

Gordon Baym

ているのは、粒子・粒子対形成でなく、特別のアイソスピンをもった粒子・空孔対ができるところにある。電子の場合には、電荷が2で電子数2の対ができるが、今の場合、電荷が±1で、全バリオン数は0となり、粒子・空孔の対である。同じような対形成は、1次元結晶のPeierls不安定化の際におこる。一次元的金属を運動量空間でみると、 $p = \pm k_F$  のところに単純な Fermi “面” が存在している。Peierls 不安定の場合には、この Fermi “面” の一端にある電子と、それとは逆の端にある空孔が対形成をおこなう。

$$\langle \psi_{-k_F}^\dagger \psi_{k_F} \rangle \neq 0 \quad ; \text{Peierls 不安定化}$$

従って、Peierls 不安定化の場合には、有限の波数  $2 k_F$  をもった対形成に対応している。

これは、アイソスピン構造を除けば、 $\pi$  凝縮の場合に非常によく似ている。

$\pi$  凝縮状態では電荷の保存が破れている。パイオン場は状態の電荷を変化させるからである。これは超伝導の場合と全く同じである。超伝導では粒子数保存が破れ、これが電荷保存の破れに導く。パイオンは凝スカラーであるため、パリティもまた破れる。パリティ演算子を  $P$  とすると

$$P \pi P = -\pi$$

パリティの固有状態では

$$\langle \pi \rangle = \langle P \pi P \rangle = -\langle \pi \rangle = 0$$

となる。それで、 $\langle \pi \rangle \neq 0$  となるときは、基底状態はパリティを破っていなければならない。最も興味深いのは、この期待値が複素数となる点である。これは荷電のゲージ対称性の破れに関係している。ゲージ対称性が破れると、基底状態とわずかに異なる状態は超伝導電流を運ぶだろう。従って、荷電パイオンが凝縮した物質は超伝導状態になっている。

中性パイオン凝縮の場合は全く違った構造をしている。

$$\langle \pi^0(\mathbf{r}, t) \rangle \neq 0 \quad ; \pi^0 \text{ 凝縮体}$$

$\pi^0$  凝縮でもパリティ保存は破れるが、 $\pi^0(\mathbf{r}, t)$  はエルミートであるのでその期待値は常に実数である。 $\mathbf{k} \neq 0$  のとき

$$\langle \pi^0(\mathbf{r}, \mathbf{k}) \rangle \sim \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$$

のようになる。従って、それは並進対称でない状態となっているが、必ず実であるので位相変化はなく、ゲージ対称性の破れには関係しない。よって、 $\pi^0$ 凝縮した物質は超伝導とはならない。 $\pi^0$ 凝縮でおこる対称性の破れは普通の結晶の場合と同じである。結晶では、原子が特別な位置を占めるため並進対称性を破るが、パリティもまた破れている。空間の任意の点で反転をおこなっても、もとに重ならない場合があるからである。 $\pi^0$ 縮退でおきることはこれと同じことである。

### 平衡条件

系の基底状態のもついくつかの性質をまとめてみよう。基底状態ではパイオンの化学ポテンシャル  $\mu_{\pi^-}$  は中性子のそれから陽子のそれを引いたものになるが、これは電子の化学ポテンシャルに等しい

$$\mu_{\pi^-} = \mu_n - \mu_p = \mu_{e^-}$$

Heisenberg 演算子であるパイオン場の時間的变化はその化学ポテンシャルによって決まり

$$\langle \pi(\mathbf{r}, t) \rangle \sim e^{-i\mu_{\pi} \cdot t}$$

となる。これはちょうど超伝導の場合と同様な結果である。秩序パラメータは、常に、基底状態での対称性の破れに関係した保存量に伴う化学ポテンシャルによって時間的に変化する。

正味の荷電密度  $\rho_q$  は0で

$$\rho_q = \rho_p - \rho_{\pi} - \rho_e - \rho_{\mu} = 0$$

保存量のカレントも基底状態では0にならなければならない。パイオンの波が  $\mathbf{k} \neq 0$  で基底状態に存在すると（例えば第1近似で進行波型のようなもの  $\langle \pi(\mathbf{r}, t) \rangle \sim e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$  を考えると）、これは電流を運ぶように思えるかもしれないが、全電流は基底状態では0にならなければならない。一般に系のエネルギーを  $\mathbf{k}$  の関数とすると、 $\frac{\partial E}{\partial \mathbf{k}} = \mathbf{j}$  は電流



Gordon Baym

—今の場合超伝導電流—をあらわす。よって  $E$  の最小値のところでは  $\mathbf{j}$  は 0 となる。もし状態がエネルギー最小値でなければ、0 でない電流が存在する。この結果は超伝導体の場合でも正しい。一般には、4つの保存量に対応したカレントが 0 とならなければならない。荷電流  $\mathbf{j}_q$  の他にバリオン流  $\mathbf{j}_b$ 。陽子や中性子は単独では保存されないことに注意しよう。この他に電子型軽粒子 (electron-like lepton) と  $\mu$  粒子型軽粒子 (muon-like lepton) はそれぞれ別々に保存される。従って基底状態では

$$\mathbf{j}_q = \mathbf{j}_p - \mathbf{j}_\pi - \mathbf{j}_e - \mathbf{j}_\mu = 0$$

$$\mathbf{j}_b = \mathbf{j}_p + \mathbf{j}_n = 0$$

$$\mathbf{j}_{\ell e} = \mathbf{j}_e = 0$$

$$\mathbf{j}_{\ell \mu} = \mathbf{j}_\mu = 0$$

簡単なスカラー場の理論から、パイオンに付随する荷電密度はパイオン場の強さによって次の様にあらわすことができる。

$$\rho_\pi = i ( \langle \pi^\dagger \rangle \langle \dot{\pi} \rangle - \langle \dot{\pi}^\dagger \rangle \langle \pi \rangle ) = 2\mu_\pi |\langle \pi \rangle|^2$$

これは負の荷電の密度をあらわしている。従って、 $\pi^-$  中間子の化学ポテンシャル  $\mu_\pi$  ( $= \mu_n - \mu_p$ ) が正であれば、負の荷電密度をもつことになる。

次に、どうやって計算するのか述べようと思うが、これは次回にゆずることにしたい。

( 翻訳：上羽牧夫，高木春男，白田理一郎，山内淳，田中一尚，

編集：松井哲男 )